

La matemática pos-moderna y la primacía del asentimiento sobre la certidumbre (14 noviembre 2014)

El esquema de la plática es el siguiente: (a) el problema existencial del hombre, (b) la matemática como paradigma de solución ante el déficit de sentido, (c) la relevancia de los elementos de Euclides de Alejandría, (d) la crisis de la geometría euclidiana en el siglo XIX, (e) el problema de los fundamentos de la matemática y los programas del logicismo de Russell, el formalismo de Hilbert y el intuicionismo de Brouwer, (f) el problema de la autorreferencia y la matemática como ciencia sin fundamento, (g) hacia una matemática empírica, (h) el empirismo y la teología de la relación, (i) el asentimiento a la labor científica por parte de los distintos actores culturales como superación del problema de la autorreferencia.

Descartes

“De entre todos aquellos que han buscado la verdad en las ciencias, han sido solamente los matemáticos los que han sido capaces de producir razones que son evidentes y certeras”.



Los Elementos de Euclides

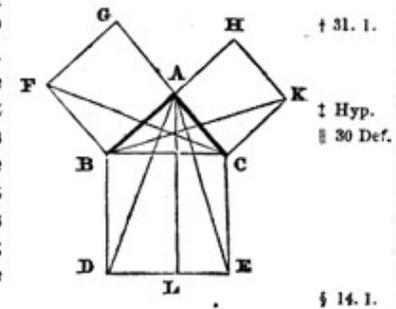


PROPOSITION XLVII.

THEOR.—*In any right-angled triangle, the square which is described upon the side subtending the right angle, is equal to the squares described upon the sides which contain the right angle.*

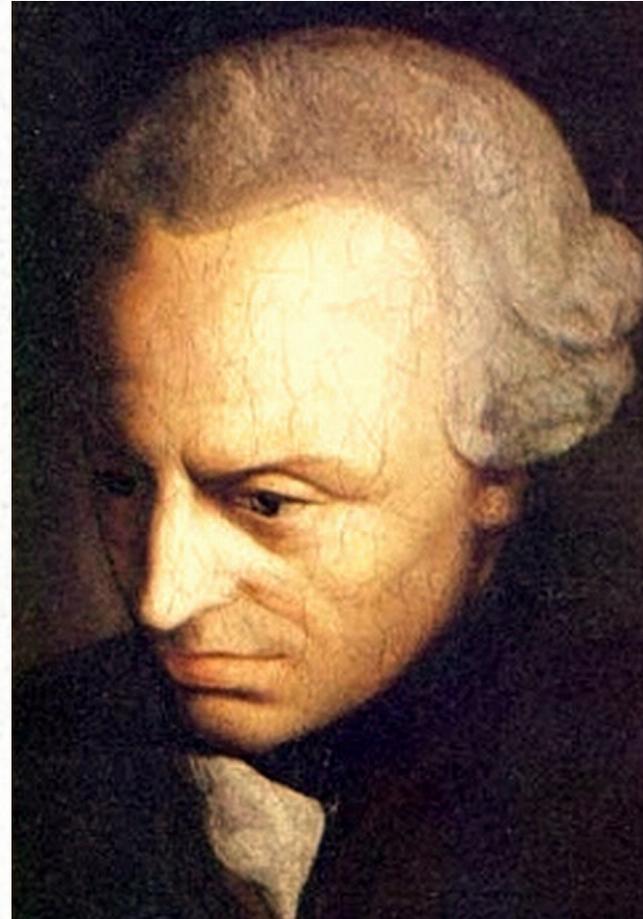
Let ABC be a right-angled triangle having the right angle BAC ; the square described upon the side BC is equal to the squares described upon BA , AC .

On BC describe* the square $BDEC$, and on BA , AC the squares GB , HC ; and through A draw \dagger AL parallel to BD or CE , and join AD , FC .
 — Then, because each of the angles BAC , BAG is a right angle \ddagger , the two straight lines AC , AG , upon the opposite sides of AB , make with it at the point A the adjacent angles equal to two right angles; therefore CA is in the same straight line \S with AG ;

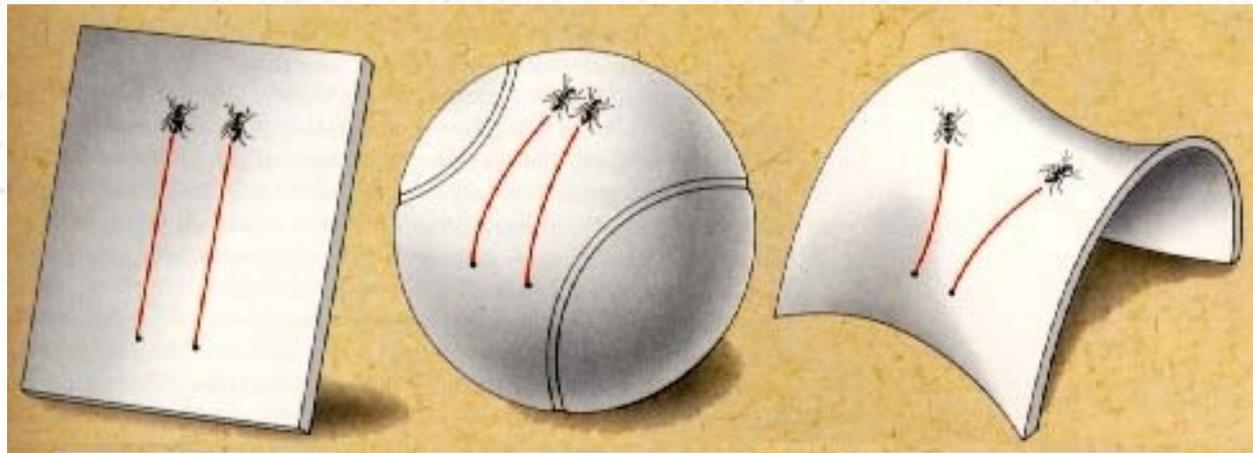


Kant

Para Kant, los teoremas de los *Elementos* de Euclides son verdaderos porque son juicios sintéticos a priori. Los teoremas de los *Elementos* son juicios a priori porque son el resultado de la correcta aplicación de las reglas sintácticas de la lógica. Pero estos teoremas también son sintéticos, no porque se haya alcanzado la cosa en sí, sino porque están preñados de verdad, no por la cosa en sí, sino por la capacidad ínsita en el hombre de procesar los datos de los sentidos estimulados por la cosa en sí.

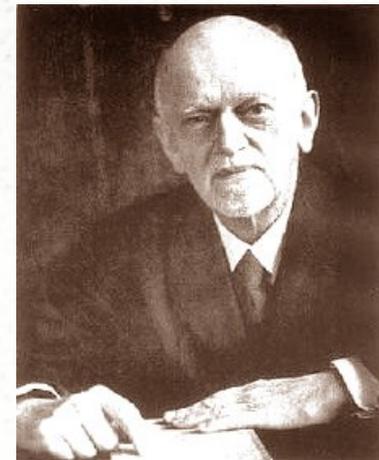


Gauss, Lobachevsky y Bolyai



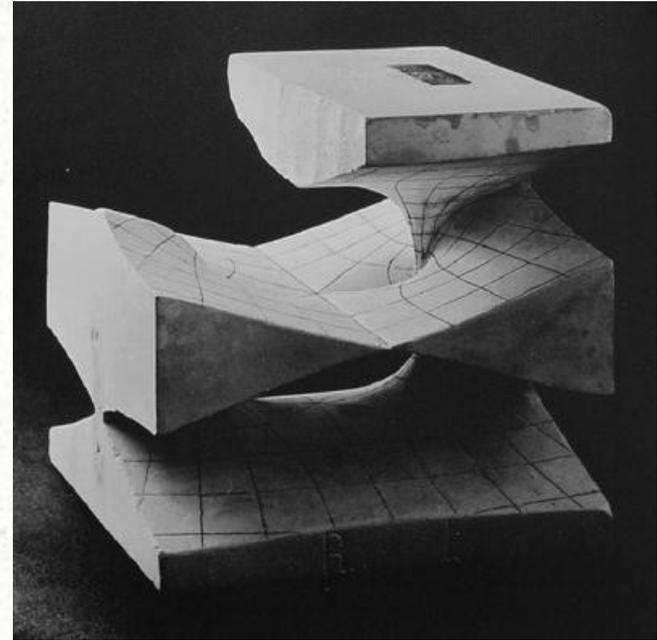
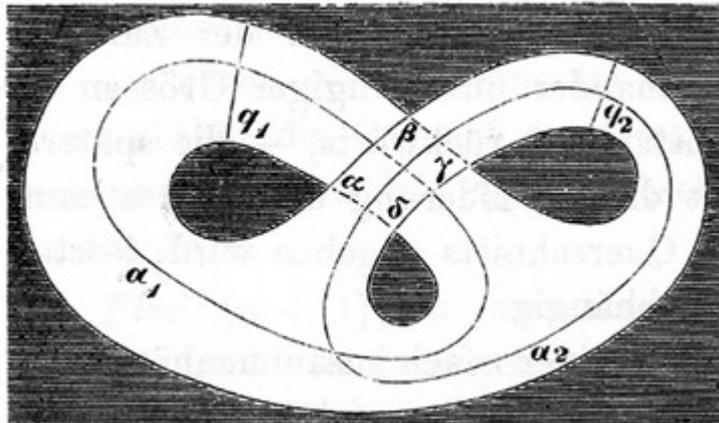
Las matemáticas modernas nacen en el siglo XIX

Las matemáticas modernas habrían de estar caracterizadas, entre otras cosas: por una preocupación por la consistencia lógica de las teorías matemáticas; por una aceptación incondicional de los conjuntos infinitos; así como por una preferencia por los conceptos a costa de los cálculos numéricos.



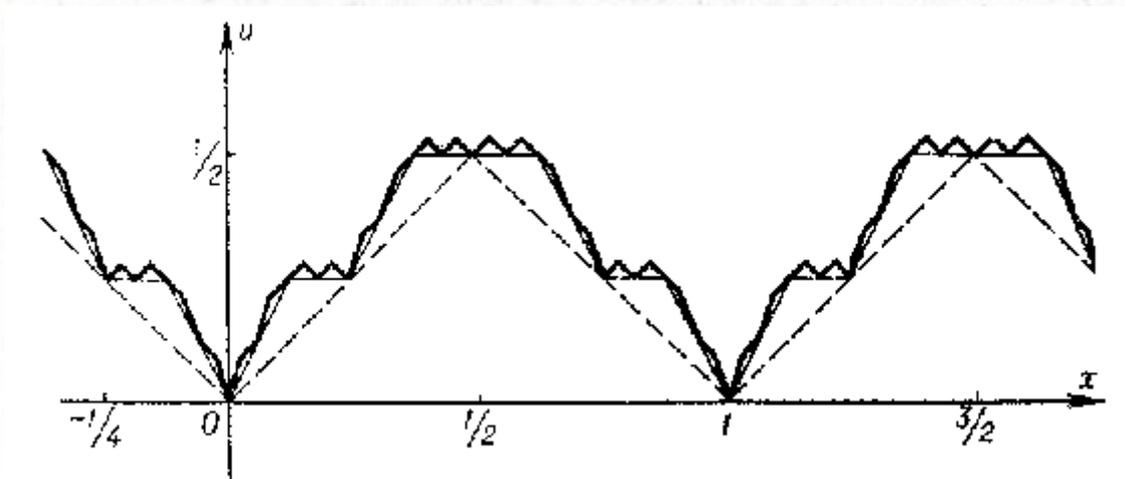
Riemann y Hilbert

La solución de las ecuaciones estaría garantizada por la corrección lógica de los argumentos a favor de su existencia.
¡También la teología tiene su utilidad!



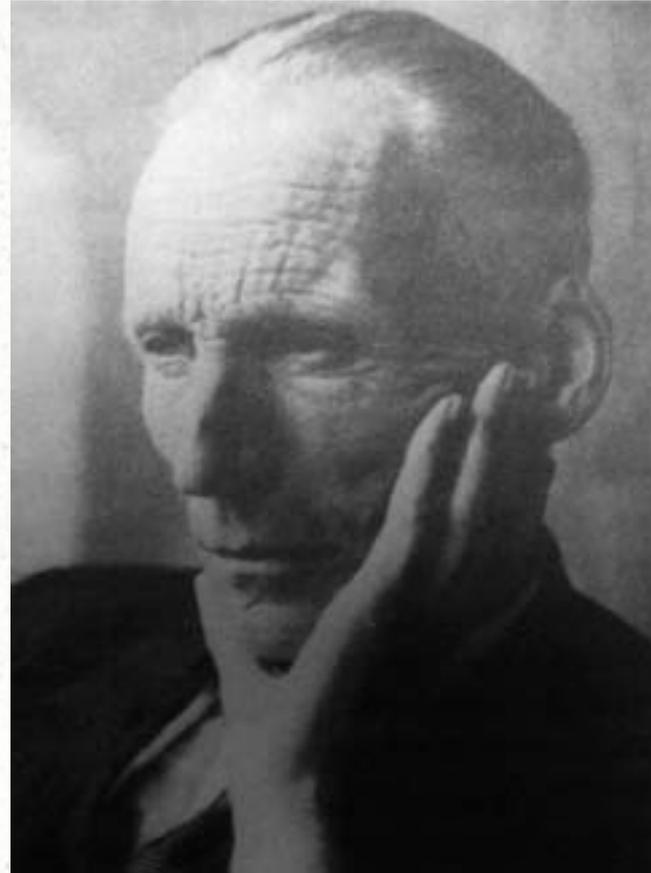
Karl Weierstrass

Con la construcción de las funciones continuas pero no diferenciables, Weierstrass puso en evidencia la utilidad del contra ejemplo en la tarea de depurar de errores las construcciones teóricas.



Luitzen Egbertus Jan Brouwer

Un objeto matemático existe solamente si se puede exhibir una construcción explícita del mismo. Hay que hacer una reconstrucción de la matemática a partir de los números naturales. El ser humano está dotado de una intuición primordial del tiempo, y es a partir de esta intuición del tiempo que se puede construir la sucesión de los números naturales.



El programa de Hilbert

Se considera un conjunto de axiomas que implícitamente definen una disciplina matemática. Sobre este conjunto de axiomas se deja actuar un lenguaje formal. Los teoremas de la teoría en cuestión corresponden a los enunciados que se obtienen a partir de los axiomas después de una cadena finita de inferencias lógicas.



El logicismo de Russell

Página 379 del Principia Mathematica.

***110·643.** $\vdash . 1 +_c 1 = 2$

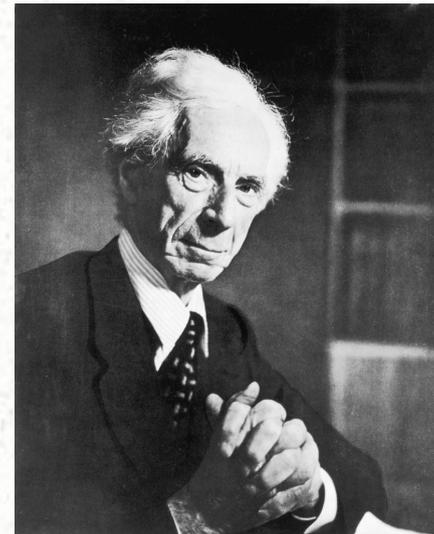
Dem.

$\vdash . *110·632 . *101·21·28 . \supset$

$\vdash . 1 +_c 1 = \hat{\xi} \{ (\exists y) . y \in \xi . \xi - t'y \in 1 \}$

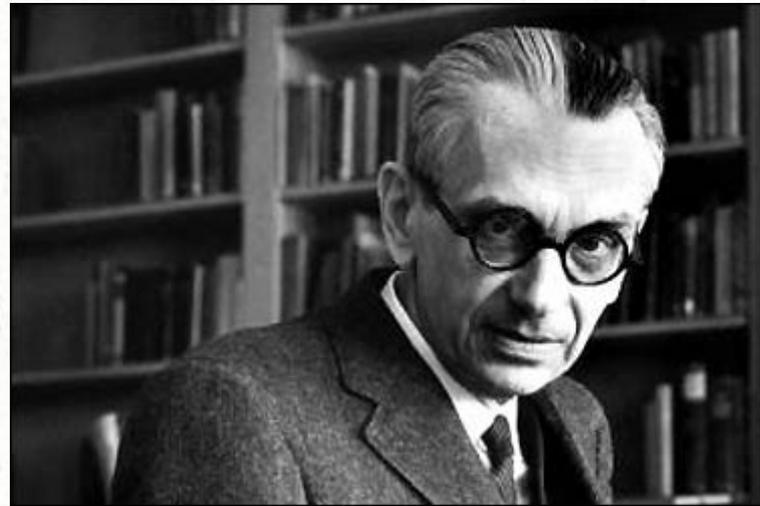
$[*54·3] = 2 . \supset \vdash . \text{Prop}$

The above proposition is occasionally useful. It is used at least three times, in *113·66 and *120·123·472.



Kurt Gödel

Un sistema formal que contenga la teoría elemental de los números, no puede ser a la vez consistente y completo.



Autorreferencia

- La idea de auto referencia yace en el núcleo de las paradojas de la teoría de conjuntos.
- Gödel utilizó el recurso de las paradojas auto referenciales para la construcción de la prueba de su primer teorema.
- El segundo teorema de Gödel apunta hacia la falta de operacionalidad de la autorreferencia. Para garantizar la consistencia de una teoría se debe trascender la teoría.



Autorreferencia

“El poder moral del positivismo no se legitima desde una instancia [externa], sino desde el poder de la ciencia que el propio positivista [afirma]. Así que la legitimación es autorreferencial: el sabio se la ofrece a sí mismo”.

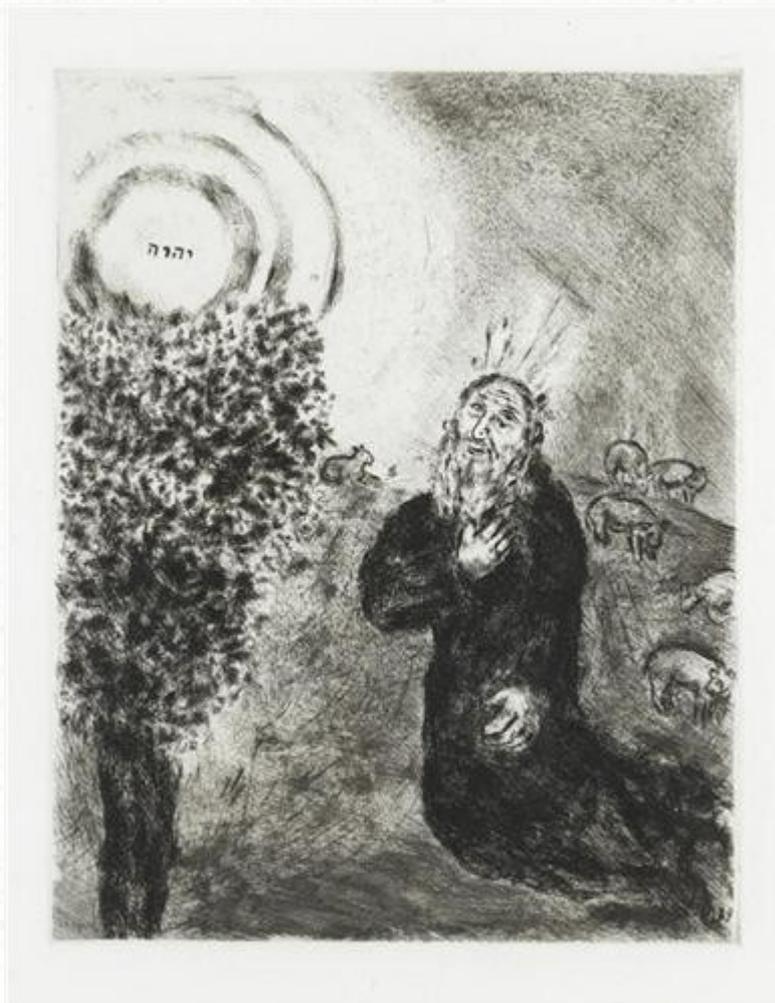
W.V. Quine constata lo fútil de tratar de justificar el concepto de juicio analítico y exclama “podríamos muy bien dejar de jalarnos de las agujetas de nuestros zapatos”.



“El sentido no viene del saber. Quererlo conseguir a base del saber demostrable de la factibilidad sería tan absurdo como la pretensión de Münchhausen que quería salir del estanque tirándose de los pelos. [Lo] absurdo de esta historia pone claramente de manifiesto cual es la situación del hombre de hoy. Del estanque de la inseguridad, del no poder más, no se sale espontáneamente, ni nos sacamos a nosotros mismos con una cadena de conclusiones lógicas como haría Descartes con su ["pienso, luego existo"]. El sentido que se ha hecho a sí mismo no es al final sentido. El sentido, es decir el suelo que en nuestra existencia puede permanecer y vivir, no se puede construir, sólo se puede recibir”. J. Ratzinger.

Éxodo 3, 13-15

יְהוָה
יְהוָה
יהוה



Autorreferencia versus encuentro



¿Cuántos pasajes de la Biblia tienen la misma estructura?

En Levítico 26-12: “Andaré entre ustedes y seré su Dios, y ustedes serán Mi pueblo”.

En Juan 17-21: “[Para] que todos sean uno. Como tú, oh Padre, estás en mí y yo en ti, que también ellos estén en nosotros, para que el mundo crea que tú me enviaste”.

En Apocalipsis 3-20: “He aquí, yo estoy a la puerta y llamo; si alguno oye mi voz y abre la puerta, entraré a él y cenaré con él, y él conmigo”.



Es ineficaz el tratar de dar a la matemática un fundamento que garantice la verdad sólida y permanente. No queda pues más que admitir, que en algún punto tendremos que hacer un acto de fe, o mejor aún, *en algún punto tendremos que pedir que algún otro ente distinto de nosotros mismos califique nuestro desempeño* a la hora de realizar nuestra actividad científica. Por un lado, en el experimento, es decir, en el contraste de la teoría con lo real, la realidad califica la labor del científico. Por otro lado, la relevancia social de la investigación científica se puede medir por el grado del impacto económico que genera. Los estudios métricos (y también los econométricos) de la actividad científica son relevantes y se deben estimular. Estas dos formas relacionales de justificar la actividad matemática, están íntimamente vinculadas, ya que si se busca certificar una teoría recurriendo al asentimiento social, se buscará siempre no perder la capacidad de incidir sobre lo real para estimular una respuesta.

Tenemos que calar hondo en los fundamentos que Kant, de manera inconsciente asumió de manera implícita. Él buscó hacer de la esfera de lo moral un asunto autónomo y puramente racional. Los principios de la ética habrían de certificarse desde una base puramente formal. Pero, ¿son realmente estos principios auto evidentes? Para Kant, las leyes de la ética son formalmente completas en sí mismas, pero de alguna manera se remite al supuesto de la existencia de Dios y de la inmortalidad del alma. Según Kant, la razón práctica, para ser completamente racional, debe añadir los postulados de Dios y la inmortalidad. Sería fatuo practicar la moralidad de Kant si no se tiene fe en Dios y en la inmortalidad. Fue necesario muy poco por parte de Nietzsche para sacar la conclusión lógica de que si no se cree en Dios y en la inmortalidad el alma, entonces en términos puramente racionales uno puede desarrollar moralidades alternativas. Por ejemplo, moralidades que pongan en entre dicho el valor de la vida humana. William Barrett, *The Illusion of Technique*.

“Todo pueblo necesita ser religioso. Un pueblo irreligioso morirá, porque nada en el alienta la virtud”. José Martí.

“The greatest destroyer of peace today is abortion”

