**Publicación de la**
**SOCIEDAD MATEMÁTICA MEXICANA**

ISBN: 968-36-3591-1 (Aportaciones Matemáticas)
ISBN: 968-36-3592-X (SERIE COMUNICACIONES)
ISBN: 970-32-0174-1

Printed in Mexico / Impreso en México

CONACYT

CIMAT

Estas memorias se imprimieron con el apoyo financiero de:
El Instituto de Matemáticas de la UNAM, los proyectos CONACyT 28492-E, 31233-E, 27962-E y el Centro de Investigación en Matemáticas, A. C.

**APORTACIONES MATEMÁTICAS**

COMUNICACIONES 31

# TÓPICOS DE GEOMETRÍA ALGEBRAICA

EDITORES: L. BRAMBILA, P.L. DEL ANGEL, A. GARCÍA ZAMORA, J. MUCIÑO

**SOCIEDAD MATEMÁTICA MEXICANA**
**2002**

**Editores:**

**Leticia Brambila Paz**

**Pedro Luis del Angel Rodríguez**

Centro de Investigación en Matemáticas, A. C.
Callejón Jalisco s/n
Mineral de Valenciana
Apdo. Postal 402
C.P. 36240
Guanajuato, Gto.
México

**Alexis García Zamora**

**Jesús Muciño Raymundo**

Instituto de Matemáticas, UNAM
Unidad Morelia
UNAM Campus Morelia
Morelia 58180, Mich.
México

# PREFACIO

El propósito de este volumen es presentar de manera accesible distintos temas de Geometría Algebraica. No pretendemos substituir la excelente literatura que hay en otros idiomas, sino facilitar un primer contacto con el área. Tradicionalmente, la geometría algebraica ha sido un área en la cual puede ser complicado iniciarse, ya sea por la cantidad de conceptos y lenguaje nuevo que hay que aprender o bien por la diversidad de ramas y enfoques que pueden considerarse.

Parte de los temas que aquí se presentan corresponden a mini-cursos o conferencias que se dieron durante los "Encuentros de Geometría Algebraica para alumnos" (EGA) que se han organizado en los últimos años. Durante dichos eventos se ha tratado de presentar algunos de los temas clásicos en Geometría Algebraica, así como líneas de investigación de frontera; lo cual se refleja en los temas presentados en este volumen.

Haciendo un breve recuento del desarrollo de la geometría algebraica, vemos que a pesar de que se ha hecho geometría desde los griegos, realmente no es sino hasta el siglo XVII que se inicia la geometría algebraica como tal, cuando R. Descartes introdujo los sistemas de coordenadas. Con el desarrollo de la teoría de funciones algebraicas se empieza a considerar a la geometría algebraica como el área de las matemáticas que estudia y clasifica los objetos geométricos que son determinados por ceros de polinomios.

Con esta idea surgieron grandes teorías y escuelas como son: la teoría de curvas algebraicas dada por B. Riemann; y la escuela italiana encabezada por G. Castelnouvo, F. Enriques y F. Severi, que principalmente se desarrolló a finales del siglo XIX y principios del XX. También en esa epoca, tiene gran desarrollo una parte de la geometría algebraica conocida como geometría proyectiva, que es principalmente el estudio de las propiedades de los objetos geométricos que son invariantes bajo proyecciones desde un punto fijo.

Sin embargo, es hasta mediados del siglo XX que A. Grothendieck, O. Zariski, J. P. Serre, L. Van der Waerden y A. Weil, entre otros, dan el formalismo, el lenguaje y los fundamentos de la geometría algebraica actual, en la cual se considera que los objetos geométricos deben ser estudiados no sólo en sí mismos, sino también en una situacion relativa. Esta nueva concepción da origen a la creación de nuevos conceptos y herramientas, como son: los esquemas, las gavillas, distintas teorías de cohomología, funtores representables etc.

La introducción de estas nuevas ideas y herramientas ha permitido el desarrollo de nuevas teorías en geometría algebraica, como son: la teoría de invariantes geométricos, la teoría de gavillas, la teoría de Hodge mixta, las teorías de cohomología (étale, l-ádica, motívica, etc.)

A finales del siglo XX, los resultados de S. Donaldson sobre la teoría de Gauge y los de A. Wiles sobre el Teorema de Fermat, entre otros, dan un nuevo desarrollo a la geometría algebraica. Un aspecto fascinante de la geometría algebraica contemporánea es su fuerte interacción con otras áreas de la matemática, como son: geometría diferencial, física–matemática, topología de variedades de dimensión baja, álgebra conmutativa, teoría de representaciones, teoría de números, combinatoria, ecuaciones diferenciales, topología algebraica, códigos, criptografía, etc. Temas como: haces vectoriales, motivos, ciclos algebriacos, variedades con simetría especular, entre otros, han sido enriquecidos por dicha interacción. Indudablemente la actual interacción de la geometría algebraica con distintas ramas de la matemática producirá un nuevo desarrollo del área y dará un nuevo enfoque a problemas fundamentles, como son: la conjetura de Hodge, la hipótesis de Riemann, la conjetura de Birch y Swinnerton-Dyer, las conjeturas relacionadas con la teoría de Gauge, el programa de Langlands, etc.

Finalmente, queremos agradecer a los alumnos su participación en los EGA's, la colaboración de los autores para la realización de este volumen y a los árbitros por su excelente labor de revisión. Así mismo, queremos agradecer: al CIMAT y al Instituto de Matemáticas de



la UNAM-Unidad Morelia, su apoyo para las distintas reuniones que dieron origen a este volumen; al CONACyT su apoyo económico a través de los proyectos 28492-E, 31233-E y 27962-E; y al de la SMM por la publicación de este volumen.

Esperamos que estas memorias contribuyan a estimular el desarrollo de la geometría algebraica en México e Iberoamérica.

Los editores:
Leticia Brambila-Paz
Pedro Luis del Angel Rodríguez
Alexis García Zamora
Jesús Muciño Raymundo

# Índice General