

Escuela de Verano en Matemáticas
PCCM UNAM UMSNH
ÁLGEBRAS BOOLEANAS Tarea No. 1
23 de junio de 2014.

ÁLGEBRAS BOOLEANAS

I. Usando las ecuaciones de Boole, demuestra las siguientes proposiciones, donde A es un álgebra booleana, $a, b \in A$.

1. Los complementos son únicos, es decir, si $a + b = 1$ y $a \cdot b = 0$ entonces $b = a^c$.
2. $(a^c)^c = a$
3. Si $a^c = b^c$ entonces $a = b$.
4. $(a + b)^c = a^c \cdot b^c$, $(a \cdot b)^c = a^c + b^c$.

II. Sobre cualquier álgebra booleana A , se define la operación *diferencia simétrica* por

$$a \Delta b = (a \cdot b^c) + (a^c \cdot b).$$

Demuestra que la diferencia simétrica satisface las siguientes fórmulas:

1. $a \Delta a = 0$, $a \Delta a^c = 1$.
2. $a \Delta b = 0$ implica $a = b$.
3. $a \Delta 0 = a$, $a \Delta 1 = a^c$.
4. $(a \Delta b) \Delta c = a \Delta (b \Delta c)$.