

Escuela de Verano en Matemáticas
PCCM UNAM UMSNH

MODELOS BOOLEANOS-VALUADOS Y PRUEBAS DE
CONSISTENCIA RELATIVA

Tarea No. 1

29 de junio de 2015.

CONJUNTOS COMO FUNCIONES

I. BUENA FUNDACIÓN

1. Demuestra que no existe una sucesión de conjuntos x_n con $n \in \omega$, tales que $x_{n+1} \in x_n$ para todo n .
2. Demuestra que no existe un conjunto x tal que $x \in x$.
3. Demuestra que no existe una sucesión finita de conjuntos x_1, \dots, x_n tales que $x_1 \in x_2 \in \dots \in x_n \in x_1$.

II. RANGOS

Sean a, b, c conjuntos, α, β, γ ordinales tales que $\alpha = \text{ran}(a), \beta = \text{ran}(b)$ y $\gamma = \text{ran}(c)$

1. Calcula el rango de $a \cup b, \bigcup a, \mathcal{P}(a), (a, b) := \{a, \{a, b\}\}$ y a^b .
2. Demuestra que si $a \subseteq b$ entonces $\text{ran}(a) \leq \text{ran}(b)$.

III. NOMBRES

Sean \dot{a} y \dot{b} nombres. Construye a partir de ellos, algunos nombres para la unión de \dot{a} y \dot{b} , la intersección de \dot{a} y \dot{b} , el conjunto potencia de \dot{a} .

IV. V^2 .

Se define, para cada ordinal α : (1) $V_0^2 = \emptyset$. (2) $V_{\alpha+1}^2 = \{f : b \rightarrow 2 : b \subseteq V_\alpha^2\}$ y (3) $V_\alpha^2 = \bigcup_{\gamma < \alpha} V_\gamma^2$.

1. Demuestra que $V^2 = \bigcup_{\alpha \in ON} V_\alpha^2$.
2. Demuestra que si $\dot{a} \in V_\alpha^2$ entonces $\text{val}(\dot{a}) \in V_\alpha$.
3. Demuestra que si a es un conjunto con $\text{ran}(a) = \alpha$ entonces \check{a} está en $V_{\alpha+1}^2$.