

# Métodos topológico-algebraicos en el problema de planeación motriz de la robótica

*En este curso se describe y estudia la naturaleza topológica del problema de programar las actividades de un sistema autónomo (robot). El punto de vista que se aborda, mediante las técnicas de la topología algebraica, fue propuesto a principios de la década de los 2000; a partir de entonces la idea ha experimentado un desarrollo vertiginoso tanto en su teoría subyacente, como en las aplicaciones. En este curso haremos una revisión panorámica de los métodos y las técnicas topológico-algebraicas y describiremos las aplicaciones recientes al problema de planeación motriz.*

## Temario:

1. Complejidad Topológica: motivación y propiedades generales.
  - (a) Algoritmos de planeación motriz.
  - (b) Invariantes categóricos.
2. Métodos Homológicos.
  - (a) Anillo de cohomología.
  - (b) Longitud de productos (nilpotencia).
  - (c) Planeación motriz en esferas.
3. Variantes y extensiones.
  - (a) Planeación motriz secuencial.
  - (b) Planeación motriz simétrica.
  - (c) Planeación motriz simultánea.
4. Complejidad topológica desde el punto de vista geométrico-diferencial.
  - (a) Inmersión y encaje de variedades.
  - (b) El caso de los espacios proyectivos.
5. Métodos homotópicos.
  - (a) Teoría de obstrucción.
  - (b) Obstrucciones universales.
6. Ejemplo: planeación del tráfico aéreo.

## Referencias:

1. “Topology and robotics”. Papers from the workshop held at the ETH, Zurich, July 10–14, 2006. Edited by M. Farber, R. Ghrist, M. Burger and D. Koditschek. *Contemporary Mathematics*, 438.
2. Cohen, Daniel C.; Farber, Michael. “Topological complexity of collision-free motion planning on surfaces”. *Compos. Math.* 147 (2011), no. 2, 649–660.
3. Cohen, Daniel C.; Pruidze, Goderdzi. “Motion planning in tori”. *Bull. Lond. Math. Soc.* 40 (2008), no. 2, 249–262.
4. Colman, Hellen; Grant, Mark. “Equivariant topological complexity”. *Algebr. Geom. Topol.* 12 (2012), no. 4, 2299–2316.
5. Costa, Armindo; Farber, Michael. “Motion planning in spaces with small fundamental groups”. *Commun. Contemp. Math.* 12 (2010), no. 1, 107–119.
6. Doeraene, Jean-Paul; El Haouari, Mohammed. “Up-to-one approximations of sectional category and topological complexity”. *Topology Appl.* 160 (2013), no. 5, 766–783.
7. Farber, Michael. “Topological complexity of motion planning”. *Discrete Comput. Geom.* 29 (2003), no. 2, 211–221.
8. Farber, Michael. “Invitation to topological robotics”. *Zurich Lectures in Advanced Mathematics*. European Mathematical Society (EMS), Zurich, 2008. ISBN: 978-3-03719-054-8
9. Farber, Michael; Grant, Mark. “Symmetric motion planning”. *Topology and robotics*, 85–104, *Contemp. Math.*, 438, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2007
10. Farber, Michael; Grant, Mark. “Robot motion planning, weights of cohomology classes, and cohomology operations”. *Proc. Amer. Math. Soc.* 136 (2008), no. 9, 3339–3349.
11. Farber, Michael; Grant, Mark. “Topological complexity of configuration spaces”. *Proc. Amer. Math. Soc.* 137 (2009), no. 5, 1841–1847.
12. Farber, Michael; Grant, Mark; Yuzvinsky, Sergey. “Topological complexity of collision free motion planning algorithms in the presence of multiple moving obstacles”. *Topology and robotics*, 75–83, *Contemp. Math.*, 438, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2007.
13. Farber, Michael; Tabachnikov, Serge; Yuzvinsky, Sergey. “Topological robotics: motion planning in projective spaces”. *Int. Math. Res. Not.* 2003, no. 34, 1853–1870.
14. Farber, Michael; Yuzvinsky, Sergey. “Topological robotics: subspace arrangements and collision free motion planning”. *Geometry, topology, and mathematical physics*, 145–156, Amer. Math. Soc. Transl. Ser. 2, 212, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2004.
15. Franc, Aleksandra. “Topological complexity of the telescope”. *Topology Appl.* 159 (2012), no. 5, 1357–1360.

16. Franc, Aleksandra; Pavesić, Petar. “Lower bounds for topological complexity”. *Topology Appl.* 160 (2013), no. 8, 9911004.
17. García Calcines, J. M.; Vandembroucq, L. “Topological complexity and the homotopy cofibre of the diagonal map”. *Math. Z.* 274 (2013), no. 1-2, 145–165.
18. González, Jesús. “Topological robotics in lens spaces”. *Math. Proc. Cambridge Philos. Soc.* 139 (2005), no. 3, 469485.
19. González, Jesús. “Symmetric topological complexity as the first obstruction in Goodwillie’s Euclidean embedding tower for real projective spaces”. *Trans. Amer. Math. Soc.* 363 (2011), no. 12, 6713–6741.
20. González, Jesús; Grant, Mark; Torres-Giese, Enrique; Xicoténcatl, Miguel. “Topological complexity of motion planning in projective product spaces”. *Algebr. Geom. Topol.* 13 (2013), no. 2, 1027–1047.
21. González, Jesús; Landweber, Peter. “Symmetric topological complexity of projective and lens spaces”. *Algebr. Geom. Topol.* 9 (2009), no. 1, 473–494.
22. Grant, Mark. “Topological complexity, fibrations and symmetry”. *Topology Appl.* 159 (2012), no. 1, 88–97.
23. Iwase, Norio; Sakai, Michihiro. “Topological complexity is a fibrewise L-S category”. *Topology Appl.* 157 (2010), no. 1, 10–21.
24. Jessup, Barry; Murillo, Aniceto; Parent, Paul-Eugene. “Rational topological complexity”. *Algebr. Geom. Topol.* 12 (2012), no. 3, 1789–1801.
25. Kamiyama, Yasuhiko. “Topological complexity of certain moment-angle complexes”. *JP J. Geom. Topol.* 9 (2009), no. 1, 121–128.
26. Karasev, Roman; Landweber, Peter. “Estimating the higher symmetric topological complexity of spheres”. *Algebr. Geom. Topol.* 12 (2012), no. 1, 75–94.
27. Lechuga, Luis; Murillo, Aniceto. “Topological complexity of formal spaces”. *Topology and robotics*, 105–114, *Contemp. Math.*, 438, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2007.
28. Lupton, Gregory; Scherer, Jérôme. “Topological complexity of H-spaces”. *Proc. Amer. Math. Soc.* 141 (2013), no. 5, 1827–1838.
29. Rudyak, Yuli B. “On higher analogs of topological complexity”. *Topology Appl.* 157 (2010), no. 5, 916–920.
30. Yuzvinsky, Sergey. “Topological complexity of generic hyperplane complements”. *Topology and robotics*, 115–119, *Contemp. Math.*, 438, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2007.