

Modos atrapados en guías de ondas

Petr Zhevandrov

Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, México

Modos atrapados son funciones propias de los operadores diferenciales que aparecen en varias áreas de física matemática relacionadas con propagación de ondas en medios infinitos. Si el medio es además homogéneo, las ondas planas del espectro continuo se propagan a lo largo de la guía sin encontrar ningún impedimento. En cambio, si el medio presenta obstáculos —p.ej., no homogeneidades— las ondas pueden resultar atrapadas por ellas. Matemáticamente, esto significa que pueden existir eigenfunciones que decaen a lo largo de la guía y si la frecuencia de la fuerza externa coincide con la de la onda atrapada, la amplitud de ella puede crecer en el tiempo en contraste con el caso del medio homogéneo cuando las ondas planas del espectro continuo llevan la energía al infinito. Frecuentemente, la existencia de ondas atrapadas se debe a la existencia del umbral del espectro continuo, como es el caso de la ecuación de Schrödinger con un pozo potencial de poca profundidad. Este pozo siempre produce una onda atrapada cerca del umbral del espectro continuo que en este caso es el rayo positivo de multiplicidad 2. El espectro continuo puede tener estructura más complicada. Por ejemplo, puede haber varios umbrales entre los cuales la multiplicidad del espectro continuo es constante. Estos umbrales sumergidos en el espectro continuo también pueden generar modos atrapados bajo perturbaciones, pero sólo si las perturbaciones satisfacen ciertas condiciones geométricas. Además, el comportamiento de las ondas cuyas frecuencias están cerca de los umbrales puede manifestar las así llamadas “anomalías de Wood” que son cambios drásticos en los coeficientes de reflexión y transmisión aunque la perturbación es tan pequeña como uno quiera. La dificultad matemática de estos problemas se debe al hecho de que los eigenvalores correspondientes están sumergidos en el espectro continuo. Vamos a ilustrar estos fenómenos con unos ejemplos de la mecánica del medio continuo: la viga de Timoshenko y ondas en un líquido de dos capas.