Diosel López Cruz
CIMAT

El morfismo de Abel-Jacobi para ciclos algebraicos.

Una de las cuestiones fundamentales en la teoría de ciclos algebraicos, es su detección. Esto es, dado un ciclo algebraico, nos gustaría saber si su clase en el grupo de Chow (ciclos módulo equivalencia racional) es no-trivial La manera más usual para detectar ciclos algebraicos es vía herramientas cohomológicas, es decir, vía sus imágenes bajo el mapeo de clases de ciclos y el mapeo de Abel-Jacobi. El estudio de ciclos vía el morfismo de Abel-Jacobi tiene su origen en la teoría de divisores en una curva algebraica, o superficie de Riemann. El teorema de Abel-Jacobi, en su forma moderna, da una condición necesaria y suficiente para que un divisor sea racionalmente equivalente a cero a través del mapeo de Abel-Jacobi del grupo de divisores de la curva a su Jacobiana. Existe una generalización de este morfismo a nivel de ciclos algebraicos en una variedad de dimensión superior, la cual es de gran interés y ocupa no solo un lugar prominente en la geometría algebraica moderna, sino que también tiene conexiones con la teoría de Hodge, la k-teoría, la física-matemática, etc. Este es un mapeo de los ciclos homológicamente triviales (divisores de grado cero en superficies de Riemann) a cierto toro complejo compacto (llamado el Jacobiano intermedio de Griffiths), el cual generaliza a las variedades de Picard y Albanese. Este morfismo generalizado de Abel-Jacobi exhibe un comportamiento extraño y es objeto de mucha investigación actual. Una manera alternativa de considerarlo, vía teoría de Hodge, es mediante el teorema de Carlson, en este sentido la Jacobiana es identificada con un grupo de extensiones en la categoría de estructuras de Hodge mixtas. Al final, y si el tiempo lo permite, revisaremos la construcción explícita de Kerr-Lewis-MullerStach del mapeo de Abel-Jacobi a nivel de grupos de Chow superiores.